ثنائي القطب RL
تمارين مرفقة بالحلول
فيزياء تارودانت

http://phychi.voila.net

1

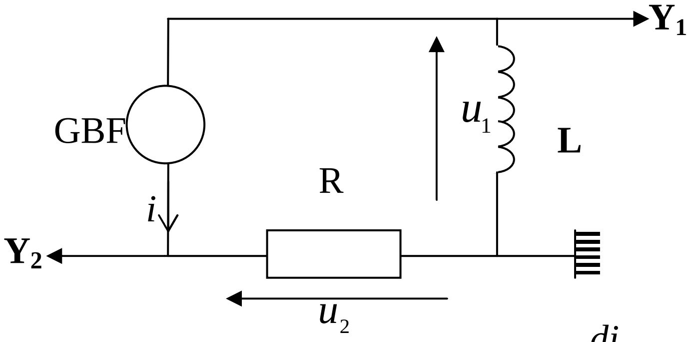
تحتوي الدارة الكهربائية الممثلة أسفله على موصل أومي مقاومته $R=300\Omega$ و وشيعة مثالية : مقاومتها منعدمة و معامل تحريضها L.

يهدف هذا التمرين إلى تحديد معامل تحريض الوشيعة باعتماد تجربتين مختلفتين.

الجزء الأول: التجربة الأولى

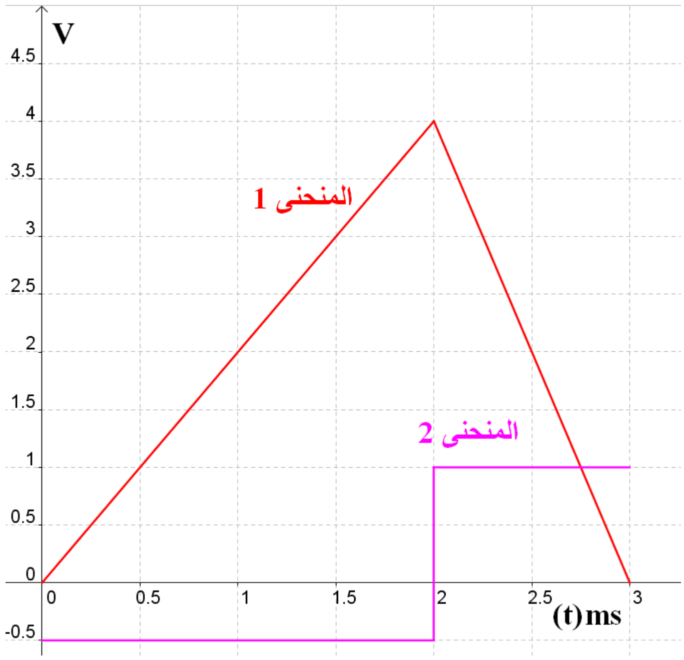
يزود المولد GBF الدارة الكهربائية بتوتر ذي شكل أسنان المنشار.

نمثل بواسطة حاسوب التوترين u_1 و u_2 بدلالة الزمن t.



1- عبر عن u_1 و u_2 بدلالة $L;R;i;\frac{di}{dt}$

2- نعاين على الحاسوب المنحنيين التاليين:



أعط مدلول كل من المنحنيين . علل جوابك.

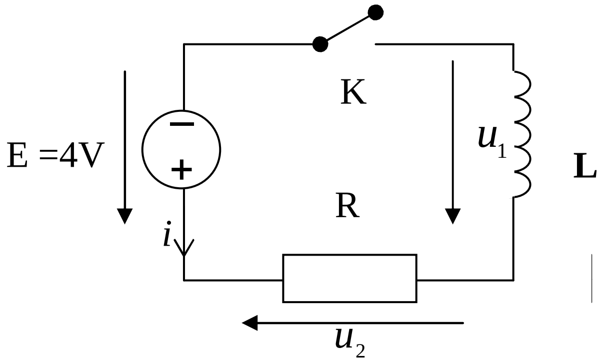
3- أعط تعبير كل من u_1 و u_2 بدلالة الزمن t في المجالين $t \in [0;2ms]$ و $t \in [2ms;3ms]$

4- أوجد العلاقة الرياضية بين التوترين u_1 و u_2 و استنتج قيمة معامل تحريض الوشيعة باعتماد المجال $t \in [0;2ms]$.

5- تحقق من صلاحية هذه العلاقة في المجال $t \in [2ms;3ms]$.

التجربة الثانية:

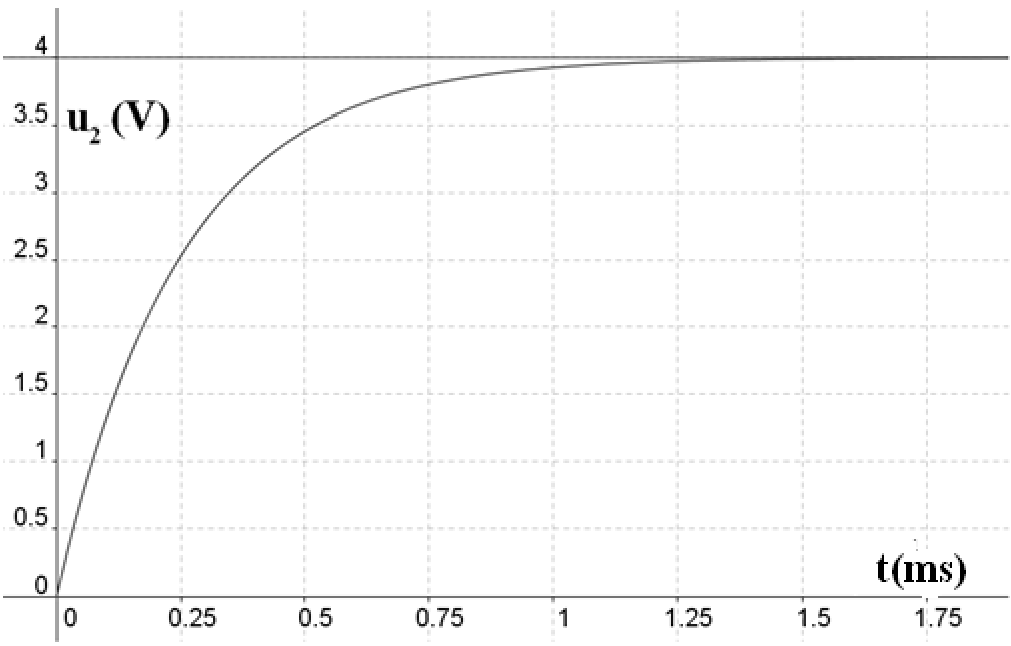
نعوض المولد GBF بمولد توتر مستمر بحيث نغلق قاطع التيار عند اللحظة t=0.



1- اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_2.

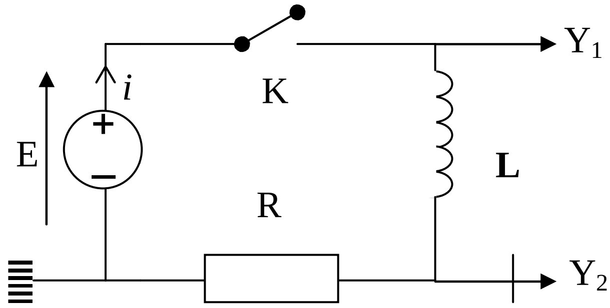
2- نقبل أن حل المعادلة هو $u_2(t) = Ae^{-t/\tau} + B$. حدد الثابتين A و B باستعانتك بالمبيان أسفله.

3- أوجد بطريقتين مختلفتين ثابتة الزمن τ و استنتج قيمة معامل تحريض الوشيعة.



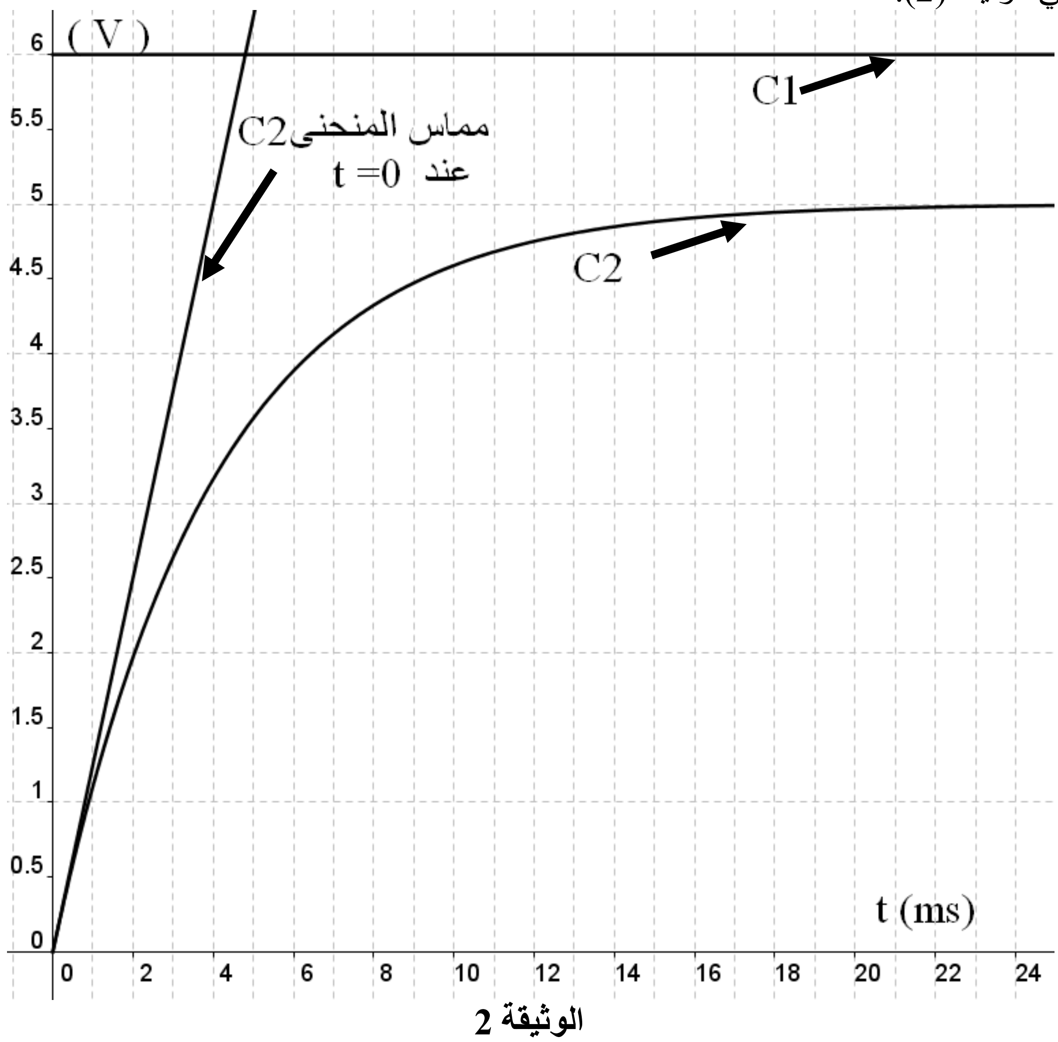
منحنى تغير التوتر u_2 بدلالة الزمن t

نركب وشعية مقاومتها r و معامل تحريضها L على التوالي مع موصل أومي مقاومته $R = 100\Omega$ و مولد توتر مستمر قوته الكهرمحركة $E = 6V$ و قاطع تيار K.
لمعاينة التوترين u_1 بين مربطي المولد و u_2 بين مربطي الموصل الأومي نستخدم راسم تذبذب ذاكرتي .
انظر الوثيقة (1) أسفله.



الوثيقة 1

نغلق قاطع التيار عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ (t=0) ، فنعاين على شاشة راسم التذبذب المنحنيين الممثلين في الوثيقة (2).



الوثيقة 2

1- حدد أي من المنحنيين C1 و C2 يطابق التوتر $u_2(t)$. علل جوابك.
2- بين أن شدة التيار تتغير بنفس كيفية تغير التوتر u_2.
3- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_2.

4- باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية هو $u_2(t) = Ae^{-t/\tau} + B$ ، حدد كل من τ و A و B بدلالة E و R و r و L.

5- استنتج من الوثيقة 2 قيمة كل من ثابتة الزمن τ و شدة التيار I_0 في النظام الدائم .

6- أوجد تعبير $u_2(t)$ ، ثم استنتج قيمة المقاومة r و معامل التحريض L للوشيعة.

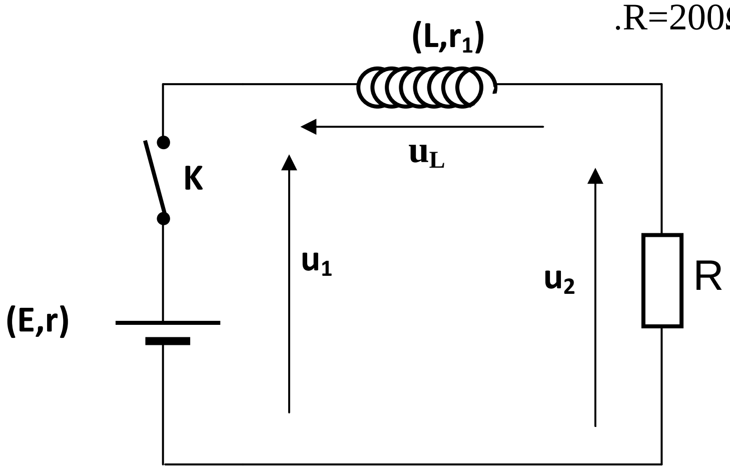
7- استنتج تعبير شدة التيار $i(t)$ و التوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشيعة.

8- مثل شكل منحنى تغير $u_L(t)$ بدلالة الزمن t.

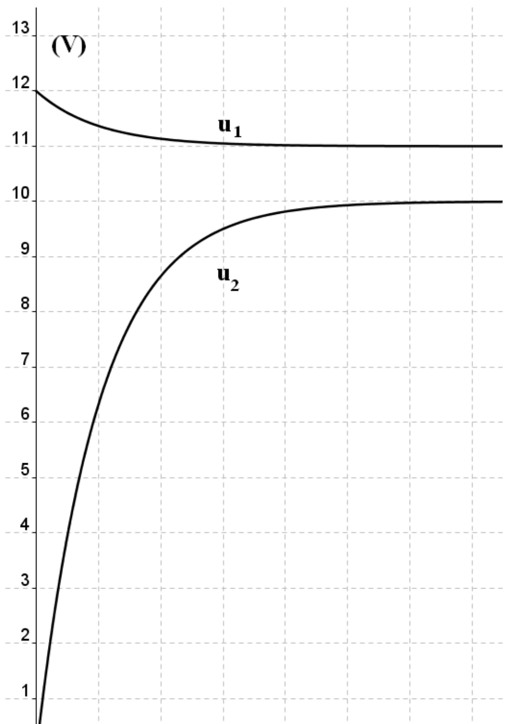
3

نركب على التوالي في دارة كهربائية:

- وشيعة مقاومتها r_1 و معامل تحريضها L.
- مولد توتر مستمر قوته الكهرمحركة E و مقاومته الداخلية r.
- موصل أومي مقاومته $R=200\Omega$.
- قاطع التيار K.



نغلق قاطع التيار عند اللحظة t=0 ، و نمثل بواسطة واجهة و حاسوب التوترين u_1 و u_2 فنحصل على المنحنيين التاليين.



1- أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$.

-2

أ) باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = I_0 e^{-\alpha t} + I_{01}$ ، أوجد تعبير كل من I_{01} و α بدلالة E , L, r , r_1 , R.

ب) بين باعتماد الحالة البدئية أن $I_0 = -I_{01}$

3- بين أن $u_2(t)$ تتناسب مع شدة التيار $i(t)$.

4- استنتج من المبيان تعبير $u_2(t)$ و $i(t)$ بدلالة t و α محددا قيمة I_{01}.

5- استنتج من المبيان ثابتة الزمن τ و استنتج قيمة الثابتة α ، ثم أعط تعبير $u_2(t)$ و $i(t)$ بدلالة t.

6- ما هو دور الوشيعة في النظامين الانتقالي و الدائم.

7- استنتج من المبيان القوة الكهرمحركة E للمولد و مقاومته الداخلية r.

8- أوجد تعبير التوتر $u_1(t)$ بدلالة الزمن t.

9- أوجد قيمة مقاومة الوشيعة.

10- استنتج معامل التحريض L للوشيعة.

11- أوجد تعبير التوتر u_L بين مربطي الوشيعة.

http://phychi.voila.net

التصحيح

1

الجزء الأول: التجربة الأولى

1- لدينا:

$$u_1 = -L\frac{di}{dt}$$

$$u_2 = Ri$$

2- باعتبار أحد المجالين نجد أن المنحنى 1 عبارة عن مستقيم (دالة خطية أو تآلفية) و المنحنى 2 دالة ثابتة

نعلم أن مشتقة دالة تآلفية (أو خطية) هي دالة ثابتة ، و نستنتج من جواب السؤال السابق أن u_1 يتناسب مع مشتقة u_2، و بالتالي سيتحقق في كلا المجالين $t \in [0;2ms]$ و $t \in [2ms;3ms]$ ما يلي :

- u_2 ستكون هي الدالة التآلفية (أو الخطية) أي المنحنى 1
- u_1 ستكون هي الدالة الثابتة أي المنحنى 2

3-

نعتبر المجال $t \in [0;2ms]$:

$$u_1 = -0,5V$$

$$u_2 = at$$

مع:

$$a = \frac{\Delta u_2}{\Delta t} = \frac{4-0}{2.10^{-3}-0} = 2000V.s^{-1}$$

و بالتالي:

$$u_1 = -0,5V$$

$$u_2 = 2000t(V)$$

نعتبر المجال $t \in [2ms;3ms]$

بنفس الطريقة نجد:

$$u_1 = 1V$$

$$u_2 = -4000t + b(V)$$

تحديد b:

لدينا

$$u_2(t = 0,003s) = 0 = -12 + b \Rightarrow b = 12V$$

إذن:

$$u_1 = 1V$$

$$u_2 = -4000t + 12(V)$$

4- لدينا:

$$u_1 = -L\frac{di}{dt} = -\frac{L}{R}\frac{du_2}{dt}$$

إذن:

$$u_1 = -L\frac{di}{dt} = -\frac{L}{R}\frac{du_2}{dt}$$

$$L = \frac{-Ru_1}{\frac{du_2}{dt}}$$

في المجال $t \in [0;2ms]$ نجد:

$$u_1 = -0{,}5V$$

$$\frac{du_2}{dt} = 2000V.s^{-1}$$

و من تم نجد:

$$L = \frac{-300*(-0{,}5)}{2000} = \frac{150}{2000} = 0{,}075H = 75mH$$

5- في المجال $t \in [2ms;3ms]$ لدينا:

$$u_1 = 1V$$

$$\frac{du_2}{dt} = -4000V.s^{-1}$$

$$-\frac{L}{R}\frac{du_2}{dt} = -\frac{0{,}075}{300}*(-4000) = 1V \Rightarrow -\frac{L}{R}\frac{du_2}{dt} = u_1$$

التجربة الثانية:

1- لدينا:

$$u_2 + u_1 = E$$

$$u_2 + L\frac{di}{dt} = E$$

$$u_2 + \frac{L}{R}\frac{du_2}{dt} = E$$

2- باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية هو:

$$u_2(t) = Ae^{-t/_{L/R}} + B$$

من خلال المبيان نجد أن:

$$u_2(t=\infty) = B = 4V$$

$$u_2(t=0) = 0 = A + B \Rightarrow A = -B = -4V$$

و من تم نكتب:

$$u_2(t) = 4(1 - e^{-t/_{L/R}})(V)$$

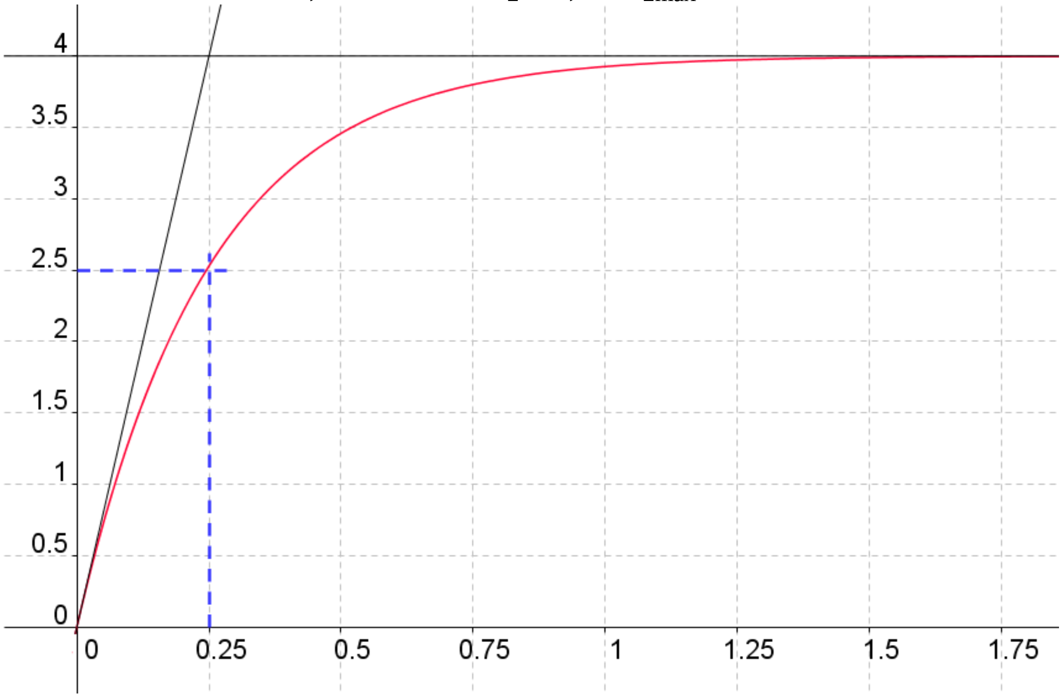
-3

الطريقة الأولى:

نمثل مماس المنحنى عند اللحظة $t=0$ ، حيث يقطع المقارب للمنحنى عند ما لا نهاية $(u_2 = 4)$ في نقطة أفصولها $t=\tau = 0,25.ms$.

الطريقة الثانية:

نحدد اللحظة $t=\tau$ حيث يكون التوتر $u_2 = 0,63\ u_{2max}$ فنجد $\tau = 0,25.ms$.



لدينا:

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow L = \tau.R$$

ت ع:

$$L = 2,5.10^{-4} * 300 = 0,075H = 75mH$$

1- بما أن التوتر بين مربطي المولد ثابت و التوتر بين مربطي الموصل الأومي متغير خلال النظام الانتقالي نتيجة تناسبه مع شدة التيار (إقامة التيار) إذن فالمنحنى C2 هو الذي يطابق التوتر u_2 .

2- لدينا: $u_2 = Ri$ إذن فشدة التيار تتغير بنفس كيفية تغير التوتر بين قطبي الموصل الأومي.

3- لدينا:

$$u_2 + u_L = E$$

$$u_2 + ri + L\frac{di}{dt} = E$$

$$u_2 + r\frac{u_2}{R} + L\frac{d\left(\frac{u_2}{R}\right)}{dt} = E$$

$$u_2(1+\frac{r}{R}) + \frac{L}{R}\frac{du_2}{dt} = E$$

$$u_2 + \left(\frac{L}{R+r}\right)\frac{du_2}{dt} = \frac{R}{R+r}E$$

4-

$$u_2 = Ae^{-t/\tau} + B$$

$$\frac{du_2}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$u_2 + \left(\frac{L}{R+r}\right)\frac{du_2}{dt} = \frac{R}{R+r}E$$

$$\Leftrightarrow Ae^{-t/\tau} + B + \left(\frac{L}{R+r}\right)\left(-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}\right) = \frac{R}{R+r}E$$

$$\Leftrightarrow Ae^{-t/\tau}(1-\frac{L}{(R+r)\tau}) + B - \frac{R}{R+r}E = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-\dfrac{L}{(R+r)\tau} = 0 \\ B - \dfrac{R}{R+r}E = 0 \end{cases}$$

http://phychi.voila.net

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tau = \dfrac{L}{(R+r)} \\ B = \dfrac{R}{R+r}E \end{cases}$$

لدينا عند اللحظة t=0 :

$$u_2(t=0) = A + B = 0$$

إذن:

$$A = -B = -\frac{R}{R+r}E$$

-5

تحديد τ :

يتقاطع مماس المنحنى تغير u_2 بدلالة الزمن مع مقارب هذا التوتر عند ما لا نهاية عند اللحظة t=τ:

نستنتج من الوثيقة (2) أن τ = 4 ms.

تحديد I_0 :

نستنتج من الوثيقة أن التوتر u_2 في النظام الدائم هو U_0= 5V و من تم فإن:

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

ت ع:

$$I_0 = \frac{5}{100} = 0,05A = 50mA$$

-6 لدينا:

$$u_2 = Ae^{-t/\tau} + B = B(1 - e^{-250t})$$
$$B = u_2(t=\infty) = 5V$$

إذن:

$$u_2 = 5(1 - e^{-250t})(V)$$

تحديد المقاومة r للوشيعة:

لدينا:

$$B = 5 = \frac{R}{R+r}E$$
$$\Leftrightarrow r = \frac{R}{5}E - R = R\left(\frac{E}{5} - 1\right)$$

ت ع:

$$r = 100\left(\frac{6}{5} - 1\right) = 20\Omega$$

تحديد معامل التحريض L
لدينا:

$$\tau = \frac{L}{(R+r)}$$

$$\Leftrightarrow L = \tau(R+r)$$

ت ع:

$$L = 0,004(120) = 0,48H$$

-7
تحديد تعبير i(t)
لدينا:

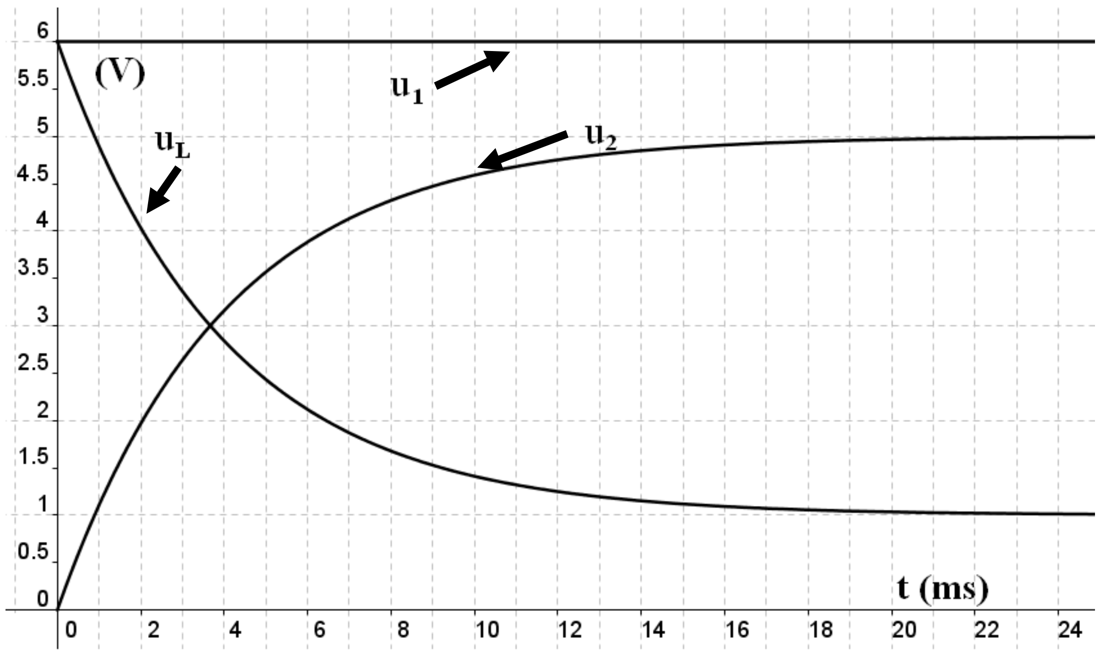
$$u_2(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = \frac{u_2(t)}{R} = 5\frac{(1-e^{-250t})}{100} = 0,05(1-e^{-250t})(A) = 50(1-e^{-250t})mA$$

تحديد تعبير $u_L(t)$
لدينا:

$$u_L(t) = E - u_2(t) = 6 - 5(1-e^{-250t}) = 5e^{-250t} + 1 \qquad (V)$$

-8



1- لدينا:

$$u_1 = u_L + u_2$$
$$\Leftrightarrow E - ri = r_1 i + L\frac{di}{dt} + Ri$$
$$\Leftrightarrow E = (r + r_1 + R)i + L\frac{di}{dt}$$
$$\Leftrightarrow i + \left(\frac{L}{r + r_1 + R}\right)\frac{di}{dt} = \frac{E}{r + r_1 + R}$$

-2

أ) لدينا:

$$i(t) = I_0 e^{-\alpha.t} + I_{01}$$

إذن:

$$\frac{di(t)}{dt} = -\alpha I_0 e^{-\alpha.t}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$i + \left(\frac{L}{r + r_1 + R}\right)\frac{di}{dt} = \frac{E}{r + r_1 + R}$$
$$\Leftrightarrow I_0 e^{-\alpha.t} + I_{01} + \left(\frac{L}{r + r_1 + R}\right)\left(-\alpha I_0 e^{-\alpha.t}\right) - \frac{E}{r + r_1 + R} = 0$$
$$\Leftrightarrow I_0 e^{-\alpha.t}\left(1 - \frac{L.\alpha}{r + r_1 + R}\right) + I_{01} - \frac{E}{r + r_1 + R} = 0$$

و من تم نحصل على:

$$\begin{cases} 1 - \dfrac{L.\alpha}{r + r_1 + R} = 0 \Rightarrow \alpha = \dfrac{r + r_1 + R}{L} \\ I_{01} - \dfrac{E}{r + r_1 + R} = 0 \Rightarrow I_{01} = \dfrac{E}{r + r_1 + R} \end{cases}$$

ب) لدينا عند t=0:

$$i(t=0) = 0 \Rightarrow I_0 e^{-0} + I_{01} = 0 \Rightarrow_0 I_0 + I_{01} = 0 \Rightarrow I_0 = -I_{01}$$

-3 لدينا: $u_2 = Ri$ و من تم فإن التوتر u_2 يتناسب مع شدة التيار i.

-4

تحديد التوتر $u_2(t)$ بدلالة t و α

بما أن التوتر u_2 يتناسب مع شدة التيار i، إذن يمكننا كتابة التوتر u_2 على الشكل التالي:

$$u_2(t) = Ri(t) = RI_{01}(1-e^{-\alpha.t}) = U_{20}(1-e^{-\alpha.t})$$

بحيث: U_{20} هو التوتر u_2 خلال النظام الدائم، حيث نستنتج من المبيان أن: $U_{20} = 10V$، و هكذا نحصل على تعبير التوتر u_2:

$$u_2(t) = U_{20}(1-e^{-\alpha.t}) = 10(1-e^{-\alpha.t})(V)$$

تحديد شدة التيار $i(t)$ بدلالة t و α

لدينا:

$$i(t) = \frac{u_2(t)}{R} = 0{,}05(1-e^{-\alpha.t})(A) = 50(1-e^{-\alpha.t})(mA)$$

تحديد I_{01} :

لدينا عند النظام الدائم:

$$U_{20} = RI_{01} \Rightarrow I_{01} = \frac{U_{20}}{R} = \frac{10}{200} = 0{,}05A = 50mA$$

-5

تحديد τ

باستعمال مماس المنحنى $u_2(t)$ أو تحديد قيمة اللحظة التي يوافق فيها ما يلي:

$$u_2(t=\tau) = 0{,}63.U_{20} = 6{,}3V$$

نجد $\tau = 2ms$

تحديد α

لدينا:

$$\alpha = \frac{1}{\tau} = 500s^{-1}$$

و من تم نحصل على:

$$i(t) = 50(1-e^{-500t})(mA)$$

$$u_2(t) = 10(1-e^{-500t})(V)$$

-6 تقاوم الوشيعة إقامة التيار في النظام الانتقالي و تلعب دور موصل أومي مقاومته r_1 في النظام الدائم.

-7

تحديد القوة الكهرمحركة E للمولد:

نعلم أن التوتر بين مربطي المولد هو: $u_1(t) = E - ri(t)$ و بما أن $i(t=0)=0$ إذن:

$$u_1(t=0) = E$$

و من تم نستنتج من المبيان أن $E=12V$.

<u>تحديد المقاومة الداخلية r للمولد:</u>

نعبر عن التوتر بين مربطي المولد في النظام الدائم حيث تستقر شدة التيار في القيمة I_{01}=50mA كالتالي:

$$U_{01} = E - rI_{01} \Rightarrow r = \frac{E - U_{01}}{I_{01}}$$

ت ع:

$$r = \frac{12-11}{0,05} = 20\Omega$$

8- لدينا:

$$u_1(t) = E - ri(t) = 12 - (1 - e^{-500t}) = 11 + e^{-500t}(V)$$

9- لدينا في النظام الدائم:

$$I_{01} = \frac{E}{r + r_1 + R} \Rightarrow r_1 = \frac{E}{I_{01}} - (r + R)$$

ت ع:

$$r_1 = \frac{12}{0,05} - (220) = 20\Omega$$

10- لدينا:

$$\alpha = \frac{r + r_1 + R}{L} \Rightarrow L = \frac{r + r_1 + R}{\alpha}$$

ت ع:

$$L = \frac{240}{500} = 0,48H$$

11-

الطريقة الأولى:

لدينا:

$$u_L(t) = r_1 i(t) + L\frac{di(t)}{dt} = 20*0,05(1 - e^{-500t}) + 0,48*0,05*500e^{-500t} = 1 + 11e^{-500t}(V)$$

<u>الطريقة الثانية:</u>

لدينا:

$$u_L(t) = u_1(t) - u_2(t) = 11 + e^{-500t} - 10(1 - e^{-500t}) = 1 + 11e^{-500t}(V)$$

PCtaroudant
2011

http://phychi.voila.net